# ТЕОРЕТИЧНА ЕКОАОГІЯ 

# МОДЕЛЮВАННЯ СТІЙКОСТІ ЕКОСИСТЕМИ 

Азаров С.І. ${ }^{1}$, Задунай О.C. ${ }^{2}$<br>${ }^{1}$ Інститут ядерних досліджень Національної академії наук України пр. Науки, 47, 03680, м. Київ azarov@kinr.kiev.ua<br>${ }^{2}$ Державний науково-дослідний інститут спеціального зв’язку та захисту інформації вул. М. Залізняка, 6, 03142, м. Київ a.zadunaj@gmail.com

У другій половині XX ст. моделювання вийшло на якісно новий етап свого розвитку в результаті застосування ЕOM. Істотно зросли можливості спільного аналізу систем рівнянь з великим числом параметрів тощо. Однак успішність математичного моделювання залежить не тільки від досконалості математичного апарату й використовуваних обчислювальних можливостей, а й від того, наскільки науково обгрунтовані вихідні передумови. Процес пізнання завжди пов’язаний з абстрагуванням та ідеалізацією. Однак модель явища ідеальна тільки за визначенням і лише з якоюсь мірою наближення відповідає реальності. У статті авторами запропоновано математичну модель для оцінювання стійкості екосистем. Ключові слова: екосистема, екологічні моделі, математичне моделювання, стійкість, програма, нейронні мережі.


#### Abstract

Моделирование устойчивости экосистемы. Азаров С.И., Задунай А.С. Во второй половине ХХ в. моделирование вышло на качественно новый этап своего развития в результате применения ЭВМ. Существенно возросли возможности совместного анализа систем уравнений с большим числом параметров и т. д. Однако успешность математического моделирования зависит не только от совершенства математического аппарата и используемых вычислительных возможностей, но и от того, насколько научно обоснованы исходные предпосылки. Процесс познания всегда связан с абстрагированием и идеализацией. Однако модель явления идеальная лишь по определению и только с какой-то степенью приближения соответствует реальности. В статье авторами предложена математическая модель для оценки устойчивости экосистем. Ключевые слова: экосистема, экологические модели, математическое моделирование, устойчивость, программа, нейронные сети.


#### Abstract

Modeling of ecosystem sustainability. Azarov S., Zadunaj O. In the latter half of the 20th century, as a result of computers use, the modeling moved to a qualitatively new stage in its development. The possibility of joint analysis of equation systems increased significantly with a large number of parameters, etc. However, the success of mathematical modeling depends not only on the perfection of the mathematical apparatus and the computational capabilities used, but also on how scientifically grounded the initial conditions are. The process of cognition is always associated with abstraction and perfection. However, the phenomenon model is perfect only by definition, and corresponds to reality only in some way. In this article, the authors proposed a mathematical model for assessing the stability of ecosystems. Key words: ecosystem, ecological models, mathematical modeling, stability, program, neural networks.

Постановка проблеми. Жодне з досліджень, у тому числі й в екології, не може бути скільки-небудь точним, якщо воно не пов'язане з побудовою деякої досить прийнятної математичної моделі цього об'єкта або процесу. При цьому чим більш складними є об'єкти і процеси, якими займається наука, тим важче знайти математичні абстракції, які підходять для їх опису. Тут, як завжди, доводиться йти на компроміс між двома крайнощами: дуже просту модель легко побудувати математично, але вона занадто нереалістична, щоб іі̆ можна було довіряти, а дуже складною моделлю, яка значно ближча до реальної дійсності, важко оперувати і ії важче пояснити.

Серед найбільш актуальних проблем сучасності виділяється проблема з'ясування причин і

меж стійкості складних екосистем, що складаються 3 величезного числа компонентів. До таких систем належать організми й біосфера з її екосистемами. В умовах планетарної екологічної кризи від нашого вміння розуміти й передбачати поведінку екосистем і самої біосфери залежить виживання людства.

Під екосистемою розуміється будь-яка система, що складається із живих істот і середовища їх проживання, об'єднаних у єдине функціональне ціле. Основні властивості екосистем - здатність здійснювати круговорот речовин, протистояти зовнішнім впливам, виробляти біологічну продукцію.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. У роботах [1-3] обгрунтовано необхідність розроблення методики математичного моделювання стійкості екосистем.


Багато вітчизняних і зарубіжних учених вивчають цю проблему з різних сторін на основі різних уявлень. Зокрема, робляться все більш численні спроби відходу від класичних консервативних (механістичних) моделей, які не враховують фундаментальні властивості живих систем.

Можна виділити два основні напрями досліджень.
Перший полягає в пошуку простих уявлень, що дасть можливість відображати найбільш значущі для авторів моделей властивості живих систем і спробувати на їх основі (із залученням математичної теорії катастроф тощо) спрогнозувати ключові процеси в екосистемах [1].

Другий, навпаки, акцентується на складності як найважливішій характеристиці живого й намагається запропонувати способи побудови моделей, що враховують цю складність і базові властивості екосистем, які з неї випливають [2].

Взаємна критика зводиться до такого [3]:

1. Прихильники першого напряму апелюють до неозорості і труднощів аналізу складних моделей.
2. Представники другого напряму вказують на надмірне спрощення та схематичність простих моделей, що приховує важливі властивості природних систем, що, у свою чергу, обмежує можливості ïх розуміння й прогнозу.

Загалом два ці напрями доповнюють один одного, даючи різні перспективи (масштаби) граней реальності, що відображається. Разом із тим загальною складністю побудови класичних і неокласичних моделей $є$ необхідність детального вибудовування їх вручну, що вимагає великих зусиль і часу та не дає змоги виконувати швидкі мобільні перебудови за значної зміни умов або для завдань, що різняться.

Ці труднощі набувають не тільки технічного, а й фундаментального характеру під час переоцінювання ролі співвідношення структури та функції в природних системах у світлі сучасних знань. Так, на відміну від класичних уявлень, структура зв'язків і вид функцій в екосистемах (та інших природних системах) не статичні й можуть змінюватися при зміні зовнішніх умов (включаючи антропогенний вплив) не тільки завдяки утворенню нових видів, а й у силу адаптації до зміни особливостей взаємодій між видами.

Результатом таких змін $є$ динамічна перебудова атрактивного ландшафту екосистеми, на якому базується різноманіття її поведінки. Безліч квазістаціонарних станів (атракторів, інваріантних різноманіть) формують множинну стійкість екосистеми у відповідь на зміну зовнішніх умов (інваріантний портрет екосистеми).

Така організація дає змогу уникнути фундаментальних проблем, що виявляються в класичній методології моделювання складних природних систем, відомих як проблеми «розмірності й нестійкості». Саме їх наявність указує на глибоке протиріччя в розумінні й теоретичному описі кількісних зако-

нів функціонування екосистем із реальністю, що спостерігається. Зокрема, відомо, що в більшості випадків стійкість екосистем зростає з підвищенням їх складності та видового різноманіття [4], а також у разі урахування в моделях адаптивного метаболізму [5; 6].

Мета й методи дослідження. Метою дослідження є моделювання параметрів факторів, які впливають на стійкість екосистем. Об’єктом дослідження є екосистеми, що піддаються дигресії, а предметом дослідження є показники факторів середовища цих екосистем. Метою моделювання адаптивної самоорганізації екосистем $\epsilon$ :

- з’ясування механізмів взаємодії елементів екосистеми;
- ідентифікація та верифікація параметрів моделі екосистеми за експериментальними даними;
- прогноз поведінки екосистеми при різних зовнішніх впливах.

Для розв’язання наведених вище завдань нами використано оригінальні методи моделювання стійкості екосистеми шляхом імітації механізмів зворотного зв'язку в екосистемі за допомогою нейронних мереж.

Виклад основного матеріалу. Для дослідження ефективності запропонованих адаптивних алгоритмів будемо використовувати модель екосистеми, яка містить замкнутий трофічний цикл (рис. 1).


Рис. 1. Схема екосистеми із циклом по елементу, що лімітує, та множинними каналами обміну

із зовнішнім середовищем
Позначення: $\mathrm{X}_{1}$ - субстрат; $\mathrm{X}_{2}$ - продуцент; $\mathrm{X}_{3}$ - консумент; $\mathrm{X}_{4}$ - детрит; $\mathrm{X}_{5}$ - редуцент.

Модель екосистеми описувалася такою системою рівнянь (рис. 1а):

де $\mu_{P}(S)=\frac{V_{P} S}{K_{P}+S}, \mu_{C}(S)=\frac{V_{C} S}{K_{C}+S}, \mu_{R}(S)=\frac{V_{R} S}{K_{R}+S}-$ питомі швидкості зростання продуцентів, консументів, редуцентів відповідно;
$\mathrm{k}_{\mathrm{R}}, \mathrm{k}_{\mathrm{e}}$ - питомі швидкості відмирання редуцентів i продуцентів;

$$
\left\{\begin{array}{l}
\dot{X}_{1}=-\mu_{P}\left(X_{1}\right) X_{2}\left(X_{2}^{M A X}-X_{2}\right)+\left(\frac{1}{Y_{R}}-1\right) k_{R} X_{4} X_{5}+\left(\frac{1}{Y_{C}}-1\right) \mu_{C}\left(X_{2}\right) X_{3}+\left(\frac{1}{Y_{C}}-1\right) \mu_{R}\left(X_{5}\right) X_{3}+k_{S} X_{5}+V\left(X_{0}-X_{1}\right) \\
\dot{X}_{2}=\mu_{P}\left(X_{1}\right) X_{2}\left(X_{2}^{M A X}-X_{2}\right)-\frac{1}{Y_{C}} \mu_{C}\left(X_{2}\right) X_{3}-k_{e} X_{2}+V\left(X_{0}-X_{2}\right) \\
\dot{X}_{3}=\mu_{C}\left(X_{2}\right) X_{3}-k_{d} X_{3}+\mu_{R}\left(X_{5}\right) X_{3}+V\left(X_{0}-X_{3}\right) \\
\dot{X}_{4}=k_{d} X_{3}+k_{e} X_{2}-\frac{1}{Y_{R}} k_{R} X_{4} X_{5}+V\left(X_{0}-X_{4}\right) \\
\dot{X}_{5}=k_{R} X_{4} X_{5}-\frac{1}{Y_{C}} \mu_{R}\left(X_{5}\right) X_{3}-k_{S} X_{5}+V\left(X_{0}-X_{5}\right)
\end{array}\right.
$$

Рис. 1a.
$\mathrm{k}_{\mathrm{s}}, \mathrm{k}_{\mathrm{d}}$ - швидкості споживання субстрату й розкладання детриту;
$Y_{R}, Y_{C}$ - економічні коефіцієнти зростання редуцентів і консументів;
$\mathrm{V}_{\mathrm{p}}, \mathrm{V}_{\mathrm{C}}, \mathrm{V}_{\mathrm{R}}$ - інтенсивності взаємодії продуцентів, консументів і редуцентів із зовнішнім середовищем;
$\mathrm{K}_{\mathrm{p}}, \mathrm{K}_{\mathrm{C}}, \mathrm{K}_{\mathrm{R}}$ - значення коефіцієнтів чутливості продуцентів, консументів і редуцентів;

V - швидкість надходження в систему відповідного компонента;
$\mathrm{X}_{0}$ - концентрація речовини або чисельність організмів цього виду;
$\mathrm{X}_{2}{ }^{\text {MAX }}$ - максимально-можлива чисельність продуцентів.

Значення параметрів: $\mathrm{k}_{\mathrm{R}}=0,5 ; \mathrm{k}_{\mathrm{e}}=0,02 ; \mathrm{k}_{\mathrm{s}}=0,05$; $\mathrm{k}_{\mathrm{d}}=0,1 ; \mathrm{Y}_{\mathrm{R}}=0,2 ; \mathrm{Y}_{\mathrm{C}}=0,5 ; \mathrm{V}_{\mathrm{P}}=5 ; \mathrm{V}_{\mathrm{C}}=0,2 ; \mathrm{V}_{\mathrm{R}}=0,1 ;$ $\mathrm{K}_{\mathrm{P}}=0,4 ; \mathrm{K}_{\mathrm{C}}=0,4 ; \mathrm{K}_{\mathrm{R}}=0,5 ; \mathrm{V}=1 ; \mathrm{X}_{0}=1 ; \mathrm{X}_{2}{ }^{\mathrm{MAX}}=1$.

Проведення досліджень із чисельного моделювання адаптивної самоорганізації моделі екосистеми до стаціонарних станів виконано за допомогою комп'ютерної програми. Програма містила два взаємодіючі модулі [7]:

1) модуль рішення системи диференціальних рівнянь моделі екосистеми методом Рунге-Кутта 3 постійним кроком (рис. 2);
2) модуль нейронної мережі, що імітує адаптивний зворотний зв'язок в екосистемі й виконує динамічну корекцію параметрів (структури) моделі безпосередньо в процесі її функціонування («життєдіяльності»).

На рисунках 3 i 4 представлений варіант динаміки адаптивної самоорганізації моделі екосистеми нейронною мережею.

3 рисунка 4 видно, що адаптивна самоорганізація екосистеми до стаціонарних станів безпосередньо в процесі функціонування екосистеми призводить до перебудови її структури, а отже, і до динамічної зміни структурно-функціональних відповідностей.

Під час запуску системи диференціальних рівнянь за одних і тих самих початкових умов відмінність досягається генерацією випадкових початкових значень ваги зв'язків нейронної мережі. Таким способом удається відобразити різноманітність поведінки живих організмів (видів) в екосистемі в зовнішньо схожих ситуаціях. Легко побачити, що різноманітність у поведінці видів не позначається на

можливості досягнення екосистемою стаціонарного стану. Різниця полягає лише у формуванні різних атракторів (інваріантних різноманіть).

Нейронні мережі реалізували адаптивну самоорганізацію моделі екосистеми шляхом динамічної побудови відображень із 5-мірного простору змінних моделі екосистеми (системи диференціальних рівнянь) у 16-мірний простір її параметрів.

Специфічні особливості процесу моделювання стійкості екосистеми пов'язані з нестаціонарністю процесу вирішення задачі через постійні зміни параметрів (коефіцієнтів) системи диференціальних рівнянь (моделі), відмінність ієрархій часів для змінних i параметрів моделі й необхідність спільного вирішення систем диференціальних (модель) та алгебраїчних (нейромережа) рівнянь.

Завдяки нелінійності нейромережа функціонувала тільки по точках графіку (один раз у 10 обчислень похідних моделі), що на порядок скорочувало витрати часу обчислень щодо моделі екосистеми.

Нейромережа моделювала адаптивні процеси у взаємозалежній мережі організмів (видів) під час самоорганізації екосистеми до стаціонарного стану й функціонувала в замкнутому циклі так [7]:

1. На кожному кроці вирішення на вхід нейромережі подавалися п’ять значень змінних системи диференціальних рівнянь.
2. Система алгебраїчних рівнянь формальних нейронів у нейронній мережі функціонувала, генеруючи рішення нейронів у вигляді $\alpha_{i}{ }^{k+1}$.
3. Цільова функція Н оцінювала величину відхилення моделі від стаціонарного стану.
4. Обчислювалися нові значення величин зв'язків між елементами мережі $\mathrm{x}_{\mathrm{ij}}$, аналогічних за змістом силі зв’язків між організмами екосистеми (або в усередненому вигляді між видами).
5. Коригувалися значення параметрів моделі (системи диференціальних рівнянь) $\mathrm{p}_{\mathrm{i}}^{\mathrm{k}+1}=\mathrm{p}_{\mathrm{ik}}+\mathrm{c}_{\mathrm{i}}$ * $\alpha_{\mathrm{i}}^{\mathrm{k}+1}$, де $\mathrm{p}_{\mathrm{i}}$ - параметри моделі.

Потім цикл повторювався аж до досягнення моделлю стаціонарного стану (атрактора), що виражається в стабілізації чисельностей модельованих видів і припиненні змін параметрів.

Одним із важливих складників дослідження поведінки моделей є оцінювання їх стійкості. Зазвичай для цього використовують метод оцінювання за


Рис. 2. Блок-схема методу Рунге-Кутта


Рис. 3. Нестійка поведінка моделі екосистеми, що характеризусться переходом ії зі стачіонарного стану в небезпечний (для реальної екосистеми) режим коливань
А.М. Ляпуновим [8]. Однак у цьому способі моделювання змінюється сам зміст поняття «стійкість». Спроба вивести таку систему з рівноваги активізує механізми зворотного зв'язку між видами (живими організмами) в екосистемі, що намагаються повернути систему в стаціонарний стан. Якщо повернути її не вдається, то формується новий стаціонарний стан. Число таких станів (атракторів) залежить від складності екосистеми (для моделі - числа рівнянь і коефіцієнтів) і з ускладненням зростає більше ніж з експоненціальною швидкістю. Відображення цієї властивості лавиноподібного збільшення інформаційної ємності екосистеми (потужності безлічі інваріантних різноманіть) з підвищенням її складності класичними методами практично неможливо. На відміну від класичних консервативних моделей екосистем [9], ці процеси точно відповідають процесам, що відбуваються в екосистемах і живих організмах.

Головні висновки. Ураховуючи викладене, можна резюмувати таке:

1. У роботі запропонований і реалізований метод вирішення фундаментальної проблеми «нестій-


Рис. 4. Адаптивна самоорганізаиія структури моделі екосистеми, яка повертає їі з режиму коливань
до стаціонарного стану (формування атрактора)
кості» складних моделей екосистем. Ця проблема виникає поряд із проблемою «розмірності» в разі спроби досить детального опису поведінки і структури екосистем. Метод дає змогу відобразити нелінійні й важко передбачувані системні властивості, які не уловлюються в простих моделях екосистем.
2. Проаналізовано математичну модель для визначення динаміки адаптивної самоорганізації екосистеми.
3. На основі цієї моделі запропоновано математичні інструменти для оцінювання стійкості екосистеми.
4. У роботі запропоновано моделювати адаптивні зворотні зв'язки в екосистемах за допомогою штучних динамічних нейронних мереж, що дає змогу вести динамічну перебудову структури екосистеми в бік формування стаціонарних станів (атракторів, інваріантних різноманіть), які забезпечують множинну стійкість екосистеми з підвищенням ії складності. На відміну від традиційних моделей, така методологія відповідає відомим фактам про зростання стійкості екологічних систем 3 підвищенням їх складності й видової різноманітності.

## Література

1. Антомонов Ю.Г. Моделирование биологических систем. Киев: Наукова думка, 1977. 277 с.
2. Светлосанов В.А. Устойчивость и стабильность природных экосистем: модельный аспект. Москва: ВИНИТИ, 1990. Т. 8. 109 с.
3. Смит Дж.М. Модели в экологии. Москва: Мир, 1976. 184 с.
4. Стійкість екосистем до радіаційних навантажень / І.В. Матвеєва, С.І. Азаров, Ю.О. Кутлахмедов, О.В. Харламова. Київ: НАУ, 2016. 396 с.
5. Джефферс Д. Введение в системный анализ: применение в экологии. Москва: Мир, 1981. 256 с.
6. Уиттекер Р. Сообщества и экосистемы. Москва: Прогресс, 1980. 326 с.
7. Хайкин С. Нейронные сети: полный курс / пер с англ. Москва: Издат. дом «Вильямс», 2006. 1104 с.
8. Ляпунов А.М. Общая задача об устойчивости движения. Москва-Ленинград: ГИТТЛ, 1950. 471 с.
9. Пригожин И., Стэнгерс И. Порядок из хаоса: новый диалог человека с природой / пер. с англ.; под общ. ред. В.И. Аршинова, Ю.Л. Климонтовича, Ю.В. Сачкова. Москва: Прогресс, 1986. 432 с.
