

УДК 621.313

DOI <https://doi.org/10.32846/2306-9716/2024.eco.4-55.3>

ДРОН ДЛЯ ЕКОЛОГІЧНОГО МОНІТОРИНГУ СТАНУ ВОДОЙМ

Поліщук М.М., Ролік О.І.

Національний технічний університет України
«Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»
пр. Перемоги, 37, 03056, м. Київ
borchiv@ukr.net, arolick@gmail.com

Серед сучасних проблем у сфері екології однією з домінуючих є моніторинг стану різноманітних водойм, який традиційно здійснюють шляхом забору води для подальшого лабораторного аналізу. Однак застосування для виконання вказаного завдання моторних надводних засобів не тільки не сприяє об'єктивності взяття проб води, а й шкодить навколишньому водному середовищу, оскільки робота двигунів внутрішнього згорання супроводжується викидами продуктів згорання палива. Найбільш негативні наслідки застосування таких плаваючих засобів, як моторні човни чи катери, мають місце при заборах проб води у важкодоступних місцях водойм, що поросли надводною рослинністю, наприклад очеретом, осокою, чагарником водяного горіха тощо. В той же час, все більшу популярність набувають приклади застосування для моніторингу стану водойм безпілотних літальних апаратів у вигляді квадрокоптерів чи мультикоптерів, відомих під загальною назвою дронів, які надають можливість альтернативного вирішення означеної проблеми. У запропонованій статті завдання підвищення об'єктивності забору проб води вирішується на основі двох аспектів: інженерного та наукового. До першого з них належить принципово нове проєктне рішення технологічного оснащення дрону на основі застосування підвісу Кардана для встановлення на ньому батометра – пристрою для забору проб води. До другого, наукового аспекту, відносяться вперше розроблені кінематична та динамічна моделі руху батометра та отримані графоаналітичні залежності кінематичного аналізу, які надають можливість інженерам та науковцям створювати аналогічне технологічне оснащення дронів для моніторингу стану водойм залежно від інших виробничих завдань в даній галузі. В кінцевому підсумку результати проведених досліджень спрямовані на розвиток створення екологічно чистого встаткування у вигляді безпілотного літального апарату, який призначений для моніторингу стану різноманітних водойм. *Ключові слова:* безпілотні літальні апарати, квадрокоптер, пристрої для відбору проб води, батометри, моніторинг водойм.

Drone for environmental monitoring of water reservoirs. Polishchuk M., Rolik O.

Among the modern problems in the field of ecology, one of the dominant ones is the monitoring of the condition of various water bodies, which is traditionally carried out by taking water for further laboratory analysis. However, the use of motorized surface vehicles for the specified task not only does not contribute to the objectivity of water sampling, but also harms the surrounding water environment, since the operation of internal combustion engines is accompanied by emissions of fuel combustion products. The most negative consequences of the use of such floating devices as motor boats occur when taking water samples in hard-to-reach places of water bodies overgrown with surface vegetation, for example, reeds, sedges, water walnut bushes, etc. At the same time, examples of the use of unmanned aerial vehicles in the form of quadcopters or multicopters, commonly known as drones, which provide an alternative solution to the problem, are becoming increasingly popular. In the proposed article, the task of increasing the objectivity of water sampling is solved on the basis of two aspects: engineering and scientific. The first of them includes a fundamentally new project solution for the technological equipment of a drone based on the use of a Cardan suspension for installing a bathometer on it - a device for taking water samples. The second, scientific aspect includes the first developed kinematic and dynamic models of the movement of the bathometer and the obtained grapho-analytical dependences of kinematic analysis, which enable engineers and scientists to create similar technological equipment of drones for monitoring the state of water bodies depending on other production tasks in this field. Ultimately, the results of the conducted research are aimed at the development of environmentally friendly equipment in the form of an unmanned aerial vehicle, which is designed to monitor the state of various water bodies. *Key words:* unmanned aerial vehicles, quadcopter, water sampling devices, bathometers, water body monitoring.

Постановка проблеми. В наш час все більш поширюється використання безпілотних літальних апаратів (БПЛА) для екологічного моніторингу водних ресурсів, таких як річки, озера, водосховища тощо. Дистанційне керування та маневреність, що притаманні даному виду техніки, надають можливість обстежити великі площі акваторій без застосування надводних плаваючих засобів із двигунами внутрішнього згорання, які в наслідок викидів продуктів згорання палива не відповідають в повній мірі вимогам забезпечення екологічної безпеки. Однак такий новий вид техніки, як БПЛА, перебуває на початковій стадії розвитку і йому властиві деякі недоліки, зокрема від-

сутність технологічного оснащення для об'єктивного забору проб води з метою подальшого лабораторного аналізу. До того ж відсутність математичних моделей у вигляді кінематичного та динамічного аналізу функціонування вказаного оснащення стримує розвиток синтезу дронів для екологічного моніторингу стану різноманітних водойм.

Актуальність дослідження. Узяття проб води згідно з національними стандартами необхідно здійснювати на різних об'єктах глибин водойм рік і озер. Для об'єктивності узяття проб води не достатньо застосування тільки ємностей для забору проб води, які оснащені приводами опускання й підйому,

так званих батометрів. Щоб запобігти негативному впливу на батометр динамічних навантажень від вказаних приводів необхідно, щоб орієнтація батометра визначалося гравітаційною силою його ваги, тобто не залежала від положення троса лебідки, яку застосовують на дронах для опускання батометра у воду. Крім того, необхідно забезпечити точність виміру величини занурення батометра на різних горизонтах глибин водойм, а також виключити турбулентність при заборі води в батометр. Остання негативна якість є наслідком того, що сучасні конструкції батометрів передбачають ручне керування запірними елементами за допомогою людини, яка перебуває в човні. Необхідність вирішення означених завдань підтверджує актуальність досліджень в даній галузі.

Зв'язок авторського доробку із важливими науковими та практичними завданнями. Робота виконана відповідно до науково-технічної теми «Інтелектуальні високопродуктивні технології управління технічними системами». Державний реєстраційний номер роботи – 0121U110810, дата реєстрації 26.04.2021 р. Дослідження проведені на базі лабораторії Інформаційних технологій та системи управління IT-інфраструктурами кафедри інформаційних систем та технологій Національного технічного університету України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського».

Аналіз останніх досліджень і публікацій. З метою визначення напрямків вдосконалення дронів, що призначені для забору проб води в різних акваторіях, виконаємо аналіз сучасних досліджень та найбільш перспективних технічних рішень прототипів в даній галузі.

Достатньо розлого виконано аналіз досягнень у зборі проб води з використанням дронів в роботі [1], а власне явище забруднення зі зливових вод досліджено в роботі [2], у якій наголошується, що забруднення води можуть містити в собі мікроорганізми, сміття, паливо й мінерали. Віддаючи належне об'єктивності наданої інформації, слід зауважити, що в обох дослідженнях не представлені проектні рішення дронів зазначеного типу. Не аби який інтерес викликає експериментальний дрон у вигляді квадрокоптера, що представлений в роботі [3]. Цей дрон оснащено відеокамерою для передачі зображення в режимі реального часу, що в свою чергу дозволяє здійснювати вимір мутності води портативним, так званим, турбодіметром при вертикальній відстані до 5 метрів між дроном і поверхнею води. Однак існує ряд технологічних обмежень [4] моніторингу якості води дронами, а саме: наявність відмінностей між параметрами хімічного складу води при використанні дрона й пробами, що зібрані із човна, а також не достатній рівень об'єктивності взяття проб води. Система Map Water [5] виконує екологічний моніторинг водойм на основі комплексного хмарного розв'язку, що надає можливість отримати дані про відбивну здатність води й показники якості води, такі

як мутність і Chl-a концентрація. Однак у наведених роботах не запропоновані конструктивні розв'язки пристроїв забору проб води.

На відміну від попередніх досліджень у роботах [6, 7] запропоновані технічні розв'язки пристроїв забору проб води, які мають приводи для опускання й підйому контейнерів з водою. Однак в обох випадках величина переміщення зазначених контейнерів обмежена, що не дозволяє здійснювати забір проб води на більших глибинах, наприклад у діапазоні (10...30) м. Унікальний дрон Aquatic Micro Air Vehicle запропонований в роботі [8], який може рухатися як в повітряному, так і в підводному просторі. Цей дрон може здійснювати збір даних про водні ресурси, крім обстеження важкодоступних ділянок акваторій, що поросли надводною рослинністю.

Вдосконалення дрону для забору проб води в різноманітних водоймах здійснила Американська компанія Reign Maker [9], оснастивши дрон спеціальною насадкою у вигляді довгого тримача для відкритої пляшки, яка опускається у воду. Однак слід зазначити, що забір проб води таким засобом супроводжується турбулентним потоком, що негативно впливає на об'єктивність забору води. Вкрай корисним для моніторингу стану водних ресурсів є складання батометричних карт [10] ділянок акваторій і статистичних експериментальних планів [11] при заборі проб води, що ілюструє новий методологічний підхід до розв'язку розглянутої проблеми. Не аби який інтерес викликає система Drone DOWSE, до складу якої входять пристрої, що надруковані на 3D принтері й прив'язані до дрону.

Для перевірки проб у важкодоступних або небезпечних місцях, був розроблений дрон [13], який оснащений відбірником проб для тонкої плівки мікроскопічної екстракції у стані твердої фази (TF-SPME). Такий розв'язок дозволяє відбірнику проб води захищати фазу сорбенту від зовнішнього забруднення. Евристичний алгоритм [14] польоту дрона дозволяє раціонально використовувати загальне енергоспоживання встаткування для забору проб води. Комплексним підходом до вирішення зазначеної проблеми є об'єднання функцій багатоцільового літаючого дрона [15] й плаваючого механізму для моніторингу якості води. Дослідження [16] підтверджують доцільність застосування дронів для збору гідрохімічних даних із прісноводних середовищ для біологічного й фізико-хімічного відбору проб води. Певний інтерес викликає застосування методу ортогональної мозаїки, яка створюється безпілотним літальним апаратом [17] для оцінки кількості зібраної дощової води. Використання дронів для моніторингу якості води в зрошувальних каналах з метою поліпшення якості води для землеробства запропоновано в дослідженнях [18]. Однак у розглянутих роботах відсутні пропозиції щодо удосконалення конструкцій власне дронів.

Дрон [19] використовує автоматизовану систему відбору проб води, яка містить підсистему GPS навігації,

літальний апарат. модуль контролю якості води, пристрій збору води, з'єднаний з нижньою частиною корпусу дрона, що опускає шланг, через який насосом засмоктуються певний об'єм води. Дана система дозволяє здійснювати аналіз води безпосередньо на місці її збору. Але згідно наказу МОЗ України від 30.05.2007р. № 284 (див. Методичні вказівки «Санітарно-вірусологічний контроль водних об'єктів». URL: <https://ips.ligazakon.net/document/MOZ6926>) за п. 4.2 «Обробка води поверхневих та підземних водойм...» вказано: «Проби води, ... доставлені в лабораторію, поміщають у холодильник або у холодну кімнату при температурі +4° С, дають відстоятися впродовж 30 хв. у доставленому посуді». Тобто час відстоювання проби води майже вичерпує час польоту дрону, що слід вважати недоліком даної системи. Дослідження [20, 21] підтверджують необхідність удосконалювання встаткування для моніторингу водних ресурсів. На підставі наведеного аналізу досліджень можна стверджувати, що завдання підвищення об'єктивності забору проб води для екологічного моніторингу стану водойм залишається актуальними.

Виділення невирішених раніше частин загальної проблеми, котрим присвячується означена стаття. Серед різноманіття технічних рішень дронів для екологічного моніторингу водних ресурсів відсутні пропозиції щодо підвищення об'єктивності забору проб води, а саме: забезпечення орієнтації батометру, що занурюється у воду, тільки дією гравітаційної сили, тобто не залежно від впливу динамічних навантажень приводів підйому та опускання пристрою для забору проб води. Також на сьогодні не запропоновані технічні рішення щодо підвищення точності виміру відстані занурення засобу відбору проб води на різних горизонтах глибин водойм, що вкрай необхідно для забезпечення об'єктивності взяття проб води.

Новизна. Інженерна новизна конструктивних рішень дрону для забору проб води полягає в установленні батометра на кільцях підвісу Кардана, що забезпечує орієнтацію вказаного засобу під дією гравітаційної сили його ваги, а також в наявності пристрою точного виміру величини занурення батометра на різних горизонтах глибин водойм. Наукову новизну досліджень складають кінематична та динамічна моделі функціонування пристрою для забору проб води та графоаналітичні залежності, що отримані в результаті моделювання процесу відбору проб води.

Методологічне або загальнонаукове значення. Вперше запропонована математична модель у вигляді кінематичного аналізу та динаміки руху пристрою для забору проб води надають можливість дослідникам і інженерам здійснювати синтез аналогічного технологічного оснащення дронів для екологічного моніторингу водойм відповідно до інших виробничих завдань.

Викладення основного матеріалу. Спочатку розглянемо принципово нову конструкцію [22] та алгоритм функціонування дрону, що полегшить розуміння нижче наданої математичної моделі.

Конструкція дрону. На рис. 1 зображено перший варіант дрона, створений авторами та випробуваний у Національному технічному університеті України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського» на кафедрі інформаційних систем і технологій. Цей дрон був успішно продемонстрований на Web Summit у Лісабоні (13–16 листопада 2023 року). Однак встановлення батометра цього дрона безпосередньо на його корпусі не дозволяло брати проби води на різних глибинах водойм. Тому в результаті подальших досліджень було створено нове технологічне обладнання для дрона з установкою батометра на карданному підвісі, як показано на рис. 2. На нижній частині квадрокоптера встановлену лебідку, яка має привід у вигляді електричного двигуна з енкодером для обрахування кількості обертів лебідки, а значить і величини заглиблення у воду батометра для забору проб води. Для того, щоб орієнтація батометра визначалась гравітаційним навантаженням від сили його ваги, батометр встановлено на підвісі Кардана, який закріплено на тросі лебідки.



Рис. 1. Прототип дрону для забору проб води

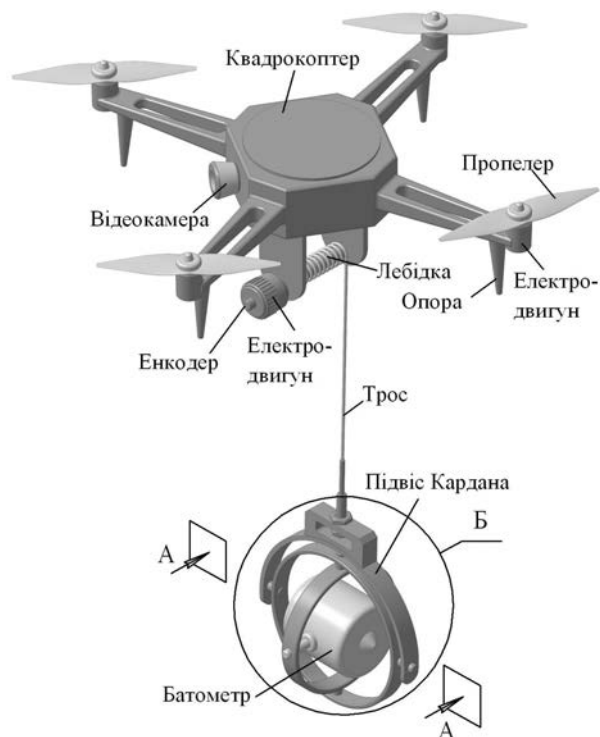


Рис. 2. Удосконалений дрон з підвісом Кардана

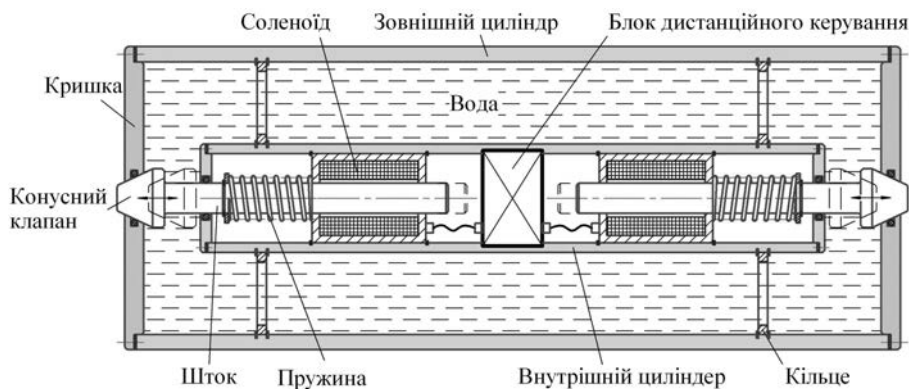


Рис. 3. Конструкція батометра для забору проб води (див. переріз А-А на рис. 2)

Принципово нова конструкція батометра, повздовжній переріз якого показано на рис. 3, містить дві коаксіальні циліндричні камери, що по торцям закриті кришками з ущільненням. В цих кришках виконані отвори для забору води, відкриття і закриття яких здійснюється конусними клапанами з електромагнітними котушками у вигляді соленоїдів. Клапани є нормально закритими під дією сили пружин, а при подачі живлення на соленоїди останні втягують штоки і тим самим відкривають отвори для забору води.

Дрон працює наступним чином. Для взяття проби води дрон зависає над ділянкою акваторії за координатами, що задані оператором. З барабану лебідки (див. рис. 2), що оснащена приводом, розмотується трос і батометр занурюється у воду на величину h . Довжина витка тросу на барабані складає $l = \sqrt{s^2 + (\pi d^2)}$ (де: s – крок намотки витка тросу; d – діаметр по осі витка тросу). Це відстань, на яку опускається батометр за один оберт барабану лебідки. Залежно від розрядності енкодера, що встановлений на приводі, кожному оберт відповідає певна кількість імпульсів енкодера. Тоді величина заглиблення h батометра у воду буде дорівнювати: $h = n\sqrt{s^2 + (\pi d^2)} + R$ (де: n – кількість обертів барабану лебідки, R – відстань від осі батометра до точки кріплення Карданового підвісу до тросу). Якщо H – висота зависання дрона над поверхнею води, то загальна довжина L розмотаного тросу буде дорівнювати $L = H + h = n\sqrt{s^2 + (\pi d^2)} + R$. Після фіксації величини заглиблення h батометра у воду, оператором, що керує дроном (або за заздалегідь розробленою програмою), подається сигнал на соленоїди (рис. 3), котрі втягуючи штоки у електромагнітні котушки, відкривають конічні клапани, тобто отвори в торцевих кришках зовнішнього циліндра і батометр заповнюється водою в об'ємі, що визначається об'ємом проби води. Під час знаходження батометра у воді його положення буде визначатися тільки дією гравітаційного навантаження від сили ваги батометра завдяки тому, що останній встановлений на кіль-

цях Карданового підвісу, які обертаються за кутами Ейлера. Тобто орієнтація батометра у воді не буде залежати від таких негативних явищ як перекручення тросу чи довільного нахилу дрону від вітру чи інших динамічних впливів.

Після сплину регламенту часу заповнення батометра відключається живлення соленоїдів і під дією сили пружин клапани закривають отвори в кришках батометра. Підйом батометра з водою здійснюється реверсом двигуна барабану лебідки, що призводить до повного намотування тросу на барабан, а підвіс Кардану притискається до нижньої частини дрону, який повертається оператором на базу для доставки чергової проби води.

Кінематичний аналіз руху карданної підвіски. Як видно на рис. 4 батометр встановлено на внутрішньому кільці підвісу Кардана, яке, в свою чергу, закріплено на осі зовнішнього кільця, а останнє встановлено на осі нерухомого кільця з тросом лебідки.

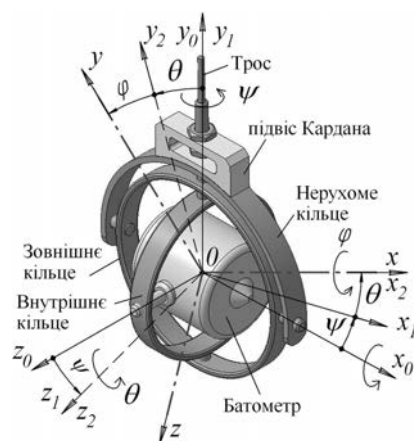


Рис. 4. Карданна підвіска з трьома ступенями свободи у вигляді кутів повороту ψ , θ і φ (див. також елемент «Б» рис. 2)

Поєднаємо початки нерухомої системи координат $Ox_0y_0z_0$ і рухомої системи координат $Oxyz$ у точці O , яка незмінно з'єднана з тілом батометра і рухається

разом з ним. Для опису руху батометра, який має три степені волі, зручно користуватись кутами Ейлера (ψ, θ, φ) , що надасть змогу, здійснивши три повороти на задані кути, отримати необхідне положення незмінно скріпленої з батометром рухомої системи координат $Ox_0y_0z_0$. Перший поворот на кут ψ , що називається кутом *прецесії*, здійснюємо навколо осі Oy_0 . При цьому одержуємо систему координат $Ox_1y_1z_1$ скріплену з тілом, яка характеризує положення батометра після першого повороту. Напрявні косинуси отриманих осей відносно попередньої системи координат $Ox_0y_0z_0$ можна записати у вигляді матриці B_1 , стовпці якої і є напрямними косинусами осей Ox_1, Oy_1, Oz_1 відповідно отримаємо матрицю

$$B_1 = \begin{pmatrix} \cos\psi & 0 & \sin\psi \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin\psi & 0 & \cos\psi \end{pmatrix}. \quad (1)$$

Другий поворот на кут θ , який називається кутом *нутації*, проводимо навколо осі Oz_1 і одержуємо систему координат $Ox_2y_2z_2$, жорстко скріплену з тілом батометра. Напрявні косинуси отриманих осей відносно попередньої системи координат Ox_1, Oy_1, Oz_1 можна записати у вигляді матриці B_2 , стовпці якої і є напрямними косинусами осей Ox_2, y_2, z_2 , відповідно отримаємо матрицю

$$B_2 = \begin{pmatrix} \cos\theta & -\sin\theta & 0 \\ \sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (2)$$

І третій поворот на кут φ , кут власного обертання батометра, здійснюємо навколо осі Ox_2 . В результаті одержуємо остаточне положення батометра, яке характеризується системою координат $Ox_3y_3z_3$. Напрявні косинуси отриманих осей відносно попередньої системи координат Ox_2, y_2, z_2 можна записати у вигляді матриці B_3 , стовпці якої і є напрямними косинусами осей Ox, Oy, Oz відповідно

$$B_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\varphi & -\sin\varphi \\ 0 & \sin\varphi & \cos\varphi \end{pmatrix}. \quad (3)$$

Перемноживши матриці B_1, B_2, B_3 , одержимо матрицю B , стовпці якої є напрямними косинусами осей Ox, Oy, Oz відносно нерухомої системи координат $Ox_0y_0z_0$:

$$B = B_1 B_2 B_3 = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix}, \quad (4)$$

де позначено:

$$\begin{aligned} a_{11} &= \cos\theta \cos\psi; & a_{13} &= \sin\psi \cos\theta \sin\varphi + \sin\varphi \cos\psi \sin\theta; \\ a_{21} &= \sin\theta; & a_{22} &= \cos\theta \cos\psi \sin\varphi; \\ a_{23} &= -\sin\varphi \cos\theta; & a_{31} &= -\sin\psi \cos\theta \sin\theta; \\ a_{32} &= \sin\psi \cos\theta \sin\varphi + \sin\psi \cos\varphi \sin\theta; \\ a_{33} &= \cos\psi \cos\theta \sin\varphi - \sin\psi \sin\theta \sin\varphi. \end{aligned}$$

Кожному куту повороту ψ, θ, φ відповідає вектор кутової швидкості

$$\vec{\omega}_1 = \vec{j}_0 \frac{d\psi}{dt} = \psi \vec{j}_0; \quad \vec{\omega}_2 = \vec{k}_1 \frac{d\theta}{dt} = \dot{\theta} \vec{k}_1; \quad \vec{\omega}_3 = \vec{i} \frac{d\varphi}{dt} = \dot{\varphi} \vec{i}, \quad (5)$$

де $\vec{j}_0, \vec{k}_1, \vec{i}$ – одиничні вектори напрямлені відповідно вздовж координатних осей Oy_0, Oz_1, Ox . Тоді сумарна кутова швидкість дорівнює геометричній сумі зазначених векторів кутових швидкостей

$$\vec{\omega} = \vec{\omega}_1 + \vec{\omega}_2 + \vec{\omega}_3 = \dot{\psi} \vec{j}_0 + \dot{\theta} \vec{k}_1 + \dot{\varphi} \vec{i}. \quad (6)$$

Виразимо одиничні вектори \vec{j}_0, \vec{k}_1 , через одиничні вектори рухомої системи координат $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$

$$\vec{k}_1 = (\vec{k} \cos\varphi + \vec{j} \sin\varphi); \quad \vec{j}_0 = \vec{i} \sin\theta + \cos\theta(\vec{j} \cos\varphi - \vec{k} \sin\varphi). \quad (7)$$

Підставивши (7) у вираз (6), знаходимо проекції кутової швидкості на осі рухомої системи координат

$$\begin{aligned} \omega_x &= \dot{\varphi} + \dot{\psi} \sin\theta; & \omega_y &= \dot{\theta} \sin\varphi + \dot{\psi} \cos\theta \cos\varphi; \\ \omega_z &= \dot{\theta} \cos\varphi - \dot{\psi} \cos\theta \sin\varphi. \end{aligned} \quad (8)$$

Аналогічно, якщо виразити одиничні вектори \vec{k}_1, \vec{i} , через одиничні вектори нерухомої системи координат $\vec{i}_0, \vec{j}_0, \vec{k}_0$, а саме:

$$\vec{k}_1 = (\vec{k}_0 \cos\theta + \vec{i}_0 \sin\theta); \quad \vec{i} = \vec{j}_0 \sin\theta + \cos\theta(\vec{i}_0 \cos\psi + \vec{k}_0 \sin\psi),$$

то можна знайти проекції кутової швидкості на осі нерухомої системи координат

$$\begin{aligned} \omega_{x_0} &= \dot{\theta} \sin\psi + \dot{\varphi} \cos\theta \cos\psi; \\ \omega_{y_0} &= \dot{\psi} + \dot{\varphi} \sin\theta; \\ \omega_{z_0} &= \dot{\theta} \cos\psi - \dot{\varphi} \cos\theta \sin\psi \end{aligned} \quad (9)$$

Якщо вектор кутового прискорення тіла батометра складає

$$\vec{\varepsilon} = \frac{d\vec{\omega}}{dt} = \varepsilon_x \vec{i} + \varepsilon_y \vec{j} + \varepsilon_z \vec{k},$$

то проекції вектора кутового прискорення на осі рухомої системи координат обчислюємо за формулами:

$$\begin{aligned} \varepsilon_x &= \frac{d\omega_x}{dt} = \ddot{\varphi} + \dot{\psi} \sin\theta + \dot{\psi} \dot{\theta} \cos\theta; \\ \varepsilon_y &= \frac{d\omega_y}{dt} = \ddot{\theta} \sin\varphi + \dot{\psi} \cos\theta \cos\varphi + \dot{\theta} \dot{\psi} \cos\varphi - \dot{\psi} \dot{\theta} \sin\theta \cos\varphi - \dot{\psi} \dot{\varphi} \cos\theta \sin\varphi; \\ \varepsilon_z &= \frac{d\omega_z}{dt} = \ddot{\theta} \cos\varphi - \dot{\psi} \cos\theta \sin\varphi - \dot{\theta} \dot{\psi} \sin\varphi + \dot{\psi} \dot{\theta} \sin\theta \sin\varphi - \dot{\psi} \dot{\varphi} \cos\theta \cos\varphi. \end{aligned} \quad (10)$$

Отримані результати повністю визначають положення батометра для забору проб води у просторі довільної орієнтації.

Динамічна модель руху батометра. Для дослідження динаміки руху заданої механічної системи, тобто батометра на підвісі Кардана, використаємо рівняння Лагранжа 2-го роду, які мають стандартний вигляд

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial T}{\partial q_i} = Q_i; \quad i = 1, 2, \dots, n, \quad (11)$$

де q_i – узагальнені координати; \dot{q}_i – узагальнені швидкості; Q_i – узагальнена сила, що відповідає узагальненій координаті q_i ; $T = T(q_i, \dot{q}_i, t)$ – вираз кінетичної енергії механічної системи. Оскільки у нашому випадку $q_1 = \psi$; $q_2 = \theta$; $q_3 = \varphi$, то система рівнянь (11) матиме вигляд

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{\psi}} \right) - \frac{\partial T}{\partial \psi} &= Q_\psi; \\ \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{\theta}} \right) - \frac{\partial T}{\partial \theta} &= Q_\theta; \\ \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{\phi}} \right) - \frac{\partial T}{\partial \phi} &= Q_\phi. \end{aligned} \quad (12)$$

Задана механічна система складається з трьох твердих тіл. Тіло 1 – це внутрішнє кругове кільце діаметром d_b і масою m_b (див. рис. 4). Це тіло має дві степені свободи і його положення повністю визначають кути ψ і θ , а вектор миттєвої кутової швидкості обчислюємо за формулою

$$\vec{\omega} = \vec{\omega}_1 + \vec{\omega}_2 = \dot{\psi} \vec{j}_b + \dot{\theta} \vec{k}_1. \quad (13)$$

Проекції цієї кутової швидкості на осі $Ox_2y_2z_2$, які незмінно скріплені зі вказаним вище кільцем Карданового підвісу, дорівнюють

$$\omega_{x_2} = \dot{\psi} \sin \theta; \quad \omega_{y_2} = \dot{\psi} \cos \theta; \quad \omega_{z_2} = \dot{\theta}. \quad (14)$$

Оскільки осі системи координат $Ox_2y_2z_2$ є для кільця головними осями інерції, то вираз для обчислення кінетичної енергії цього кільця матиме вигляд

$$T_1 = \frac{1}{2} ((\omega_{x_2})^2 I_{x_2} + (\omega_{y_2})^2 I_{y_2} + (\omega_{z_2})^2 I_{z_2}). \quad (15)$$

Обчислимо осьові моменти інерції кільця:

$$\begin{aligned} I_{y_2} &= \iint ((x_2)^2 + (z_2)^2) dm = \left(\frac{d_b}{2} \right)^2 \iint dm = \frac{m_b d_b^2}{4}; \\ I_{x_2} &= \iint ((y_2)^2 + (z_2)^2) dm = \frac{1}{2} I_{y_2} = \frac{m_b d_b^2}{8}; \\ I_{z_2} &= \iint ((y_2)^2 + (x_2)^2) dm = \frac{1}{2} I_{y_2} = \frac{m_b d_b^2}{8}, \end{aligned} \quad (16)$$

(для цього кільця координата $y_2=0$).

Підставимо вирази (14) і (16) у формулу (15) і отримаємо вираз для обчислення кінетичної енергії руху

$$T_1 = \frac{m_b d_b^2}{16} ((\dot{\psi})^2 (1 + \cos^2 \theta) + (\dot{\theta})^2). \quad (17)$$

Як зазначено вище, тіло 2, тобто батометр, має три степені вільності і його положення у просторі цілком визначають кути ψ , θ , ϕ , а проекції вектора кутової швидкості описують формули (8). Тоді для батометра вираз кінетичної енергії можна записати як для тіла, що здійснює сферичний рух

$$T_2 = \frac{1}{2} (\omega_x^2 I_x + \omega_y^2 I_y + \omega_z^2 I_z - 2\omega_x \omega_y I_{xy} - 2\omega_x \omega_z I_{xz} - 2\omega_y \omega_z I_{yz}), \quad (18)$$

де I_x, I_y, I_z – осьові моменти інерції батометра відносно осей системи відліку скріпленої з батометром; I_{xy}, I_{xz}, I_{yz} – відцентрові моменти інерції батометра.

Тілом 3 є зовнішнє кільце Карданового підвісу (див. рис. 4), діаметр якого d_3 і маса m_3 . Це кільце має одну ступінь вільності, воно здійснює обертальний рух навколо нерухомої осі і його положення повністю визначає кут ψ . Кінетична енергія цього кільця дорівнює

$$T_3 = \frac{1}{2} (\dot{\psi})^2 I_3 = \frac{m_3 d_3^2}{16} (\dot{\psi})^2. \quad (19)$$

Отже, повна кінетична енергія системи батометр – Карданів підвіс дорівнює сумі знайдених кінетичних енергій окремих тіл цієї системи:

$$T = \frac{m_b d_b^2}{16} ((\dot{\psi})^2 (1 + \cos^2 \theta) + (\dot{\theta})^2) + \frac{m_3 d_3^2}{16} (\dot{\psi})^2 + \frac{1}{2} (\omega_x^2 I_x + \omega_y^2 I_y + \omega_z^2 I_z - 2\omega_x \omega_y I_{xy} - 2\omega_x \omega_z I_{xz} - 2\omega_y \omega_z I_{yz}). \quad (20)$$

Далі, якщо знайти частинні похідні, що входять у рівняння (12) та проекції сили ваги батометра на осі нерухомої системи координат, а також надавати кутам обертання кільцям Карданового підвісу можливе переміщення δ_ψ з обчисленням елементарної роботи згідно класичній методиці, то задача зводиться до розв'язку системи диференціальних рівнянь:

$$\begin{cases} \frac{dv_1}{dt} = c_{11} D_1 + c_{12} D_2 + c_{13} D_3; \\ \frac{dv_2}{dt} = c_{21} D_1 + c_{22} D_2 + c_{23} D_3; \\ \frac{dv_3}{dt} = c_{31} D_1 + c_{32} D_2 + c_{33} D_3; \end{cases} \quad \begin{cases} \frac{d\psi}{dt} = v_1; \\ \frac{d\theta}{dt} = v_2; \\ \frac{d\phi}{dt} = v_3. \end{cases} \quad (21)$$

У виразах (21) позначено:

$$D_1 = Q_\psi - F_1 + \frac{\partial T}{\partial \psi}; \quad D_2 = Q_\theta - F_2 + \frac{\partial T}{\partial \theta};$$

$$D_3 = Q_\phi - F_3 + \frac{\partial T}{\partial \phi}; \quad \psi = v_1; \quad \dot{\theta} = v_2; \quad \dot{\phi} = v_3;$$

$F_{1,2,3}$ – вираження часток похідних по кутах повороту кільця підвісу з урахуванням моментів сил Q_ψ, Q_θ, Q_ϕ .

Система диференціальних рівнянь (21) розв'язується числовими методами, зокрема, методом Рунге – Кутта четвертого порядку точності при заданих початкових значеннях кутів Ейлера (див. рис. 4) і їх похідних за часом. На основі такого розв'язку побудовані графіки зміни у часі кутів ψ , θ , ϕ обертання кільця Карданового підвісу, що надані нижче.

Аналіз результатів моделювання. Результати моделювання, що надані на рис. 5 (а, б) процесу повороту на кути прецесії ψ та нутації θ кільця підвісу Кардана показують наявність коливань внаслідок малого моменту сил тертя кочення в опорах осей кільця. Цей ефект однозначно вказує на необхідність застосування демпферів для гасіння коливань. Як видно з графіку рис. 5 (а) період коливань зміни кута прецесії ψ при наявності демпфера складає близько 4с, що достатньо для експлуатації, а при відсутності демпфера період коливань зміни кута нутації θ (рис. 5, б) зростає в кілька разів, що не припустимо, оскільки негативно впливає на забір проби води та ще й буде збільшувати час зависання дрону над точкою забору проб води.

Гідравлічні демпфери, що здійснюють перетворення енергії коливань у сили рідинного тертя, випускаються промисловістю серійно в якості комплектуючих виробів і можуть бути застосовані для зменшення як періоду, так і амплітуди коливань кільця підвісу. Зменшення періоду коливань можливо досягнути

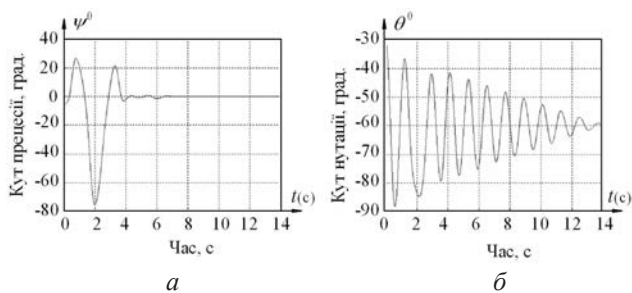


Рис. 5. Зміни кутів повороту ψ , θ карданних кілець з батометром (а – з демпфером; б – без демпфера)

також і збільшенням коефіцієнту тертя, замінивши опори кочення на опори ковзання, наслідком чого буде збільшення моменту сил тертя ковзання в опорах кілець. Окрім того, можлива експлуатація батометра на кільцях підвісу Кардана із двома ступенями свободи, коли відсутнє власне обертання батометра, наприклад при відсутності течії у такому водоймі як озеро. У цьому разі в наведених вище формулах слід покласти $\varphi = 0$; $\dot{\varphi} = 0$ і тоді вони значно спрощуються.

На рис. 6 видно, що кут γ між вертикаллю й радіус-вектором: центр підвісу \rightarrow центр мас батометра поступово зменшується, і батометр займає положення по лінії гравітаційного навантаження, що й було потрібно довести установкою батометра на Кардановому підвісі.

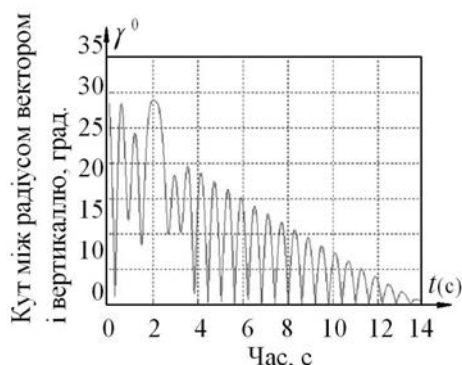


Рис. 6. Зміни куту повороту γ карданних кілець між вертикаллю й радіус-вектором: центр підвісу \rightarrow центр мас батометра

На рис. 7 надано графіки зміни кутових швидкостей кілець Кардана: прецесії $\dot{\psi} = \frac{d\psi}{dt}$ та кутової швидкості нутації $\dot{\theta} = \frac{d\theta}{dt}$. Очевидно, що період затухання коливальних змін швидкості кута прецесії $\dot{\psi} = \frac{d\psi}{dt}$ значно менший, ніж кута нутації, що остаточно підтверджує доцільність застосування демпферів для гасіння коливальних.

Вище було зазначено, що можлива експлуатація батометра на кільцях підвісу Кардана із двома ступенями свободи, коли відсутнє власне обертання батометра, наприклад при відсутності течії у закритих водоймах. Якщо в наведених вище формулах покласти $\varphi = 0$; $\dot{\varphi} = 0$, то при 2-х ступенях свободи підвісу Кардана елементи матриці B , що описується виразом (4), матимуть вигляд:

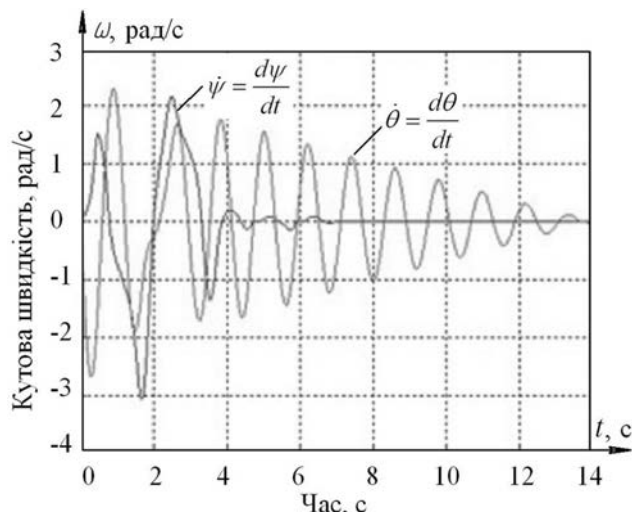


Рис. 7. Зміна в часі кутових швидкостей кілець карданної підвіски батометра.

$$\begin{aligned} a_{11} &= \cos \theta \cos \psi; & a_{12} &= -\cos \psi \sin \theta; & a_{13} &= \sin \psi; \\ a_{21} &= \sin \theta; & a_{22} &= \cos \theta; & a_{23} &= 0; \\ a_{31} &= -\sin \psi \cos \theta; & a_{32} &= \sin \psi \sin \theta; & a_{33} &= \cos \psi. \end{aligned} \quad (22)$$

Тоді задача на відміну від постановки (21) спрощується і зводиться до розв'язку системи чотирьох (а не шести) лінійних диференціальних рівнянь

$$\begin{cases} \frac{dv_1}{dt} = c_{11}D_1 + c_{12}D_2; & \frac{dv_2}{dt} = c_{21}D_1 + c_{22}D_2; \\ \frac{d\psi}{dt} = v_1; & \frac{d\theta}{dt} = v_2, \end{cases} \quad (23)$$

де позначено: $D_1 = Q_v - F_1 + \frac{\partial T}{\partial \psi}$; $D_2 = Q_\theta - F_2 + \frac{\partial T}{\partial \theta}$.

Аналогічно випадку (21) система диференціальних рівнянь (23), також розв'язується числовими методами, зокрема, методом Рунге – Кутта четвертого порядку точності при заданих початкових значеннях кутів Ейлера.

Головні висновки. Завдяки встановленню батометра – пристрою для взяття проб води, на підвісі Кардана надається можливість здійснювати орієнтацію положення батометра під дією гравітаційного навантаження сили його ваги, тобто коли положення батометра не залежить від таких негативних явищ як перекручення тросу чи довільного нахилу дрону від вітру або інших динамічних впливів від механізмів опускання та підйому батометра.

Оснащення батометра клапанами з приводом від соленоїдів дозволяє, не тільки здійснювати дистанційне керування відкриттям і закриттям отворів для забору води, а ще й уникнути турбулентності потоку заходу води в батометр і наблизити режим потоку води, що забирається в батометр, до стану близького до ламінарного потоку.

В остаточноному підсумку застосування розробленого технологічного оснащення і рекомендацій, наданих в результаті моделювання функціонування

батометра, надає можливість значно підвищити об'єктивність забору проб води у різноманітних водоймах за допомогою дронів, що сприяє забезпеченню екологічної чистоти обладнання для моніторингу якості водних ресурсів.

Перспективи використання результатів дослідження. Оскільки створення безпілотних літальних апаратів для забору проб води з метою подальшого їх лабораторного аналізу знаходиться на початковій стадії, то вкрай важливі пропозиції не тільки нових конструкцій подібного обладнання,

а й розробка методологічного забезпечення синтезу безпілотних літальних апаратів для екологічного моніторингу стану водойм. Надані в статті математичні моделі дозволять дослідникам здійснювати імітаційне моделювання процесу функціонування аналогічного обладнання для інших виробничих завдань екологічного моніторингу навколишнього середовища.

Дослідження виконувались у межах проекту Національного фонду досліджень України № 2023.04/0077 «Дрон для забору проб води».

Література

1. Sagar D. Shelare, Kapil R. Aglawe, Subhash N. Waghmare, Pramod N. Belkhode. Advances in water sample collections with a drone – A review, *Materials Today: Proceedings*, Volume 47, Part 14, 2021, Pages 4490-4494, ISSN 2214-7853, <https://doi.org/10.1016/j.matpr.2021.05.327>
2. Walter McDonald. Drones in urban stormwater management: a review and future perspectives. *Urban Water Journal*, Volume 16, 2019, Issue 7, Pages 505-518.
3. Caio P. Cavallieri. Water sampling with drones. Conference: XXIII Brazilian Symposium on Water Resources At: Foz do Iguaçu (PR), Brazil, November 2019, pp. 1-10.
4. C.T. Graham, I. O'Connor, L. Broderick, M. Broderick, O. Jensen, H.T. Lally, Drones can reliably, accurately and with high levels of precision, collect large volume water samples and physio-chemical data from lakes, *Science of The Total Environment*, Volume 824, 2022, ISSN 0048-9697, <https://doi.org/10.1016/j.scitotenv.2022.153875>
5. Liesbeth De Keukelaere, Robrecht Moelans, Els Knaeps, Sindy Sterckx et al. Airborne Drones for Water Quality Mapping in Inland, Transitional and Coastal Waters–MapEO Water Data Processing and Validation. *Remote Sens.* 2023, 15, 1345. P. 18. <https://doi.org/10.3390/rs15051345>
6. Park Yang-gyu, Sungjae Lee, Dongmyeon Beoksang et al. Patent South Korea KR10-2326827 Int. Cl. G01N 1/14; B64C 39/02. Drone-mounted water sampler that shortens water sampling time. Filed: 2021.03.23. Date of Patent: 2021.11.10.
7. Wang Xianrong. Patent Japan 6789477 Int. Cl. G01N 1/12; B64D 1/22. A device that can take water samples from a sample bottle using a drone. Filed: 2019.8.2. Date of Patent: 2020.11.25.
8. Yu. I. Mushynskiy, B.P. Knysh Unit for monitoring the state of water by an unmanned aerial vehicle. *Vinnitsia National Technical University*. 2023, p. 1-3.
9. The drone helped environmentalists collect water samples. URL: <https://nplus1.ru/news/2021/06/28/nixie> (date of publication: 05.11.2023).
10. Aris Thomasberger and Mette Møller Nielsen. UAV-Based Subsurface Data Collection Using a Low-Tech Ground-Truthing Payload System Enhances Shallow-Water Monitoring Section for Coastal Ecology, National Institute of Aquatic Resources, Technical University of Denmark, Lyngby, Denmark. *Drones* 2023, 7(11), 647; <https://doi.org/10.3390/drones7110647>
11. H.T. Lally, I. O'Connor, O.P. Jensen, C.T. Graham. Can drones be used to conduct water sampling in aquatic environments?, A review. / *Science of the Total Environment* 670 (2019) 569-575.
12. Regina Hanlon, Stephen J. Jacquemin, Johnna A. Birbeck, Judy A. Westrick et al. Drone-based water sampling and characterization of three freshwater harmful algal blooms in the United States. *Remote Sens.*, 24 August 2022, Sec. Unoccupied Aerial Systems (UASs and UAVs) Volume 3 – 2022, <https://doi.org/10.3389/frsen.2022.949052>
13. Jonathan J. Grandy, Virginia Galpin, Varoon Singh, and Janusz Pawliszyn. Development of a Drone-Based Thin-Film Solid-Phase Microextraction Water Sampler to Facilitate On-Site Screening of Environmental Pollutants. *Anal. Chem.* 2020, 92, 19, 12917-12924 <https://doi.org/10.1021/acs.analchem.0c01490>
14. Zhigang Wang, Liqin Tian, Lianhai Lin, Jianfei Xie et al. Data Collection System of IoT Based on the Coordination of Drones and Unmanned Surface Vehicle. *Research Article*, Volume 2023, Article ID 3426932, <https://doi.org/10.1155/2023/3426932>
15. P. Agarwal and M. K. Singh. A multipurpose drone for water sampling & video surveillance," 2019 Second International Conference on Advanced Computational and Communication Paradigms (ICACCP), Gangtok, India, 2019, pp. 1-5, doi: 10.1109/ICACCP.2019.8883017.
16. Heather Lally, Ian O'Connor, Liam Broderick, Mark Broderick, Olaf Jensen and Conor Graham. Assessing the Potential of Drones to Take Water Samples and Physico-chemical Data from Open Lakes. EPA RESEARCH PROGRAMME 2014–2020. Published by the Environmental Protection Agency, Ireland ISBN: 978-1-84095-942-0. P. 40.
17. Harish Puppala; Pranav R. T. Peddinti; Byungmin Kim; Manoj Kumar Arora. Unmanned aerial vehicles for planning rooftop rainwater harvesting systems: a case study from Gurgaon, India. *Water Supply* (2023) 23 (5): 2014–2030 <https://doi.org/10.2166/ws.2023.105>
18. Tafadzwanashe Mabhaudhi, Tsitsi Bangira, Mbulisi Sibanda, and Olufunke Cofie. Use of drones to monitor water availability and quality in irrigation canals and reservoirs for improving water productivity and enhancing precision agriculture in smallholder farms. *Methodological protocol for monitoring water quality and quantity* December 2022, <https://www.iwmi.cgiar.org/>
19. Jeon Jeong-Yeol, Hyunhwan Shin. Automated water sampling system and a dron using the same. Patent South Korea KP10-2301174 Int. Cl. G01N 1/14; B64C 39/02. Date of Patent: 2021.09.10.
20. Mbulisi Sibanda, Onesimo Mutanga, Vimbayi G. P. Chimonyo et al. Application of Drone Technologies in Surface Water Resources Monitoring and Assessment: A Systematic Review of Progress, Challenges, and Opportunities in the Global South. *Drones* 2021, 5(3), 84; <https://doi.org/10.3390/drones5030084>
21. Agata Krystosik-Gromadzińska. The use of drones in the maritime sector – areas and benefits. *Scientific Journals of the Maritime University of Szczecin* 67 (139) ISSN 2392-0378, p. 10.
22. Ролік О.І., Поліщук М.М. Дрон для забору проб води. Заявка на видачу патенту України на винахід; МПК В64С 39/02, № а202304700. Український національний офіс інтелектуальної власності та інновацій. Дата реєстрації 05.10.2023, 12 с.