УДК 628.353;5532.546; 532.542
DOI https://doi.org/10.32846/2306-9716/2026.eco.5-68.38

ФОРМУВАННЯ БІОПЛІВКИ ПРИ ОЧИЩЕННІ СТІЧНИХ ВОД В БІОРЕАКТОРАХ ІЗ ЗАКРІПЛЕНИМ БІОЦЕНОЗОМ

Телима С.В. (orcid.org/0000-0003-0109-0696),
Дятел О.О. (orcid.org/0000-0002-1258-7561)
Інститут гідромеханіки Національної академії наук України
вул. Марії Капніст, 8/4, 03057, Київ
sertelyma@gmail.com, alexandr_dyatel@ukr.net

Вивчено основи та представлено математичну модель формування структури біоплівки з урахуванням її неоднорідності за товщиною, сталої та змінної пористості в стаціонарних і нестаціонарних умовах, а також впливу різних гідродинамічних факторів під час аеробного очищення стічних вод в біореакторах. Враховується наявність інертної біомаси та полімерних речовин. Значну увагу приділено дослідженню впливу неоднорідності біоплівки на процеси масопереносу. Крім аналізу основних факторів, проведено кореляційні співвідношення для побудови математичної моделі очищення стічних вод з використанням біоплівок. Зазначено, що для практичних розрахунків очищення стічних вод запропоновано одновимірну модель однорідної біоплівки з урахуванням отриманих оцінок та обмеження її використання. Порівняння результатів розрахунків з експериментальними даними засвідчило, що така однорідна модель у багатьох випадках добре узгоджується з експериментальними. Запропоновано деякі рекомендації відносного визначення форми поверхні біоплівок. Підтверджено, що ефективність біологічних методів видалення забруднюючих речовин різного походження, зокрема органічних сполук (ОС) і азоту (N), у різних біореакторах можна підвищити за рахунок організації на поверхні додаткового завантаження фіксованого біоценозу з високою концентрацією мікроорганізмів (біоплівка). Зазначено, що на початку очищення стічних вод відбувається значне зростання біоплівки, що потім інтенсивно зменшується, що також призводить до значних змін у перерозподілі біомаси. Формування товщини біоплівки з плином часу при великому і низькому співвідношенні ОС/N відбувається протягом близько 10 діб. Аналіз теоретичних досліджень засвідчив, що екстракція субстрату в основному відбувається в поверхневій частині біоплівки, що становить 20-25% від загальної товщини біоплівки. *Ключові слова:* біоплівка, біомаса, математична модель, масоперенос, дифузія, неоднорідність, біоценоз, стічні води.

About the process forming of the biofilm at the wastewater treatment in bioreactors with fixed biocenosis. Telyma S., Diatel O.
The article develops a model for improving the formation structure of a biofilm, considering its thickness heterogeneity with constant and variable porosity under steady-state and transient conditions during aerobic wastewater treatment, and taking into account the influence of various hydrodynamic factors on its operation. The presence of other substances, including inert biomass and polymeric substances, is considered. Significant attention is paid to studying the influence of biofilm heterogeneity on mass transfer processes. In addition to analyzing the main factors, correlation relationships are established for constructing a mathematical model of wastewater treatment using biofilms. It is shown that for practical calculations of wastewater treatment a one-dimensional model of a homogeneous biofilm is proposed considering the estimates obtained and the limitations of its use. Comparison of the calculation results with experimental data showed that such a homogeneous model often agrees well with the experimental results. Some recommendations regarding the determination of the biofilm surface shape are proposed. It can be concluded that the efficiency of biological methods for removing pollutants of various origins, particularly organic compounds and nitrogen (N), in various bioreactors can be increased by organizing a fixed biocenosis with a high concentration of microorganisms (biofilm) on the surface of an additional packing material. It has been established that at the beginning of wastewater treatment, there is a significant increase in biofilm, which then decreases rapidly, leading to significant changes in biomass redistribution. The formation of biofilm thickness over time at high and low OC/N ratios occurs over approximately 10 days. Overall, an analysis of theoretical studies has shown that substrate extraction occurs primarily in the surface layer of the biofilm, which accounts for approximately 20–25% of the total biofilm thickness. *Key words:* biofilm, biomass, mathematical model, mass transfer, diffusion, heterogeneity, biocenosis

Вступ. За останні роки в Україні різко погіршився екологічний стан водного середовища. Інтенсивне навантаження на нього, пов'язане з неконтрольованим забрудненням різного походження в річковій мережі, водоймах і водоносних горизонтах, істотно знизило якість питної води, а в окремих регіонах держави виник дефіцит водних ресурсів, придатних для водопостачання населенню. З іншого боку, війна з росією створила додаткове техногенне навантаження на всю екосистему нашої держави в цілому. Отже, виникає необхідність у будівництві та впровадженні сучасних технологій очищення стічних вод на об'єктах різного профілю, що сприятиме поліпшенню екології в Україні у післявоєнний час. Одним із способів поліпшенню ситуації зі стічними водами, які забруднюють водне середовище, є їх очищення. Зараз найбільш ефективним методом є біологічне очищення з використанням біореакторів різної конструкції.

© Телима С.В., Дятел О.О., 2026
Стаття поширюється на умовах ліцензії відкритого доступу CC BY 4.0

Актуальність проблем очищення стічних вод сьогодні безсумнівна. Багато наукових праць і практичних рекомендацій присвячено різним аспектам вирішення розглянутих питань, наприклад, [2, 4, 8, 9, 10] та ін.

Проведено аналіз впливу деяких гідродинамічних процесів та біохімічних перетворень на характеристику та структурні особливості біоплівки при очищенні стічних вод у біореакторах різних конструкцій. Розглянуто різні типи біоплівки та основні її параметри, які характеризують її структуру та можливість експлуатації.

Мета дослідження. Обґрунтування та розробка основних співвідношень для створення математичних моделей формування біоплівки, зокрема, її товщини з постійною та змінною пористістю при стаціонарних та нестаціонарних режимах експлуатації для більш ефективного очищення стічних вод від забруднень у біореакторах різних конструкцій.

Матеріали та методи. Дослідження проводились із використанням аналітичних та чисельних методів і експериментальних даних і з використанням персональних комп'ютерів.

Математична модель. При теоретичному обґрунтуванні процесів біоочистки стічних вод у біореакторах часто розглядається модель очистки із закріпленим біоценозом та з неоднорідною біоплівкою. За таких умов використовується добре відоме рівняння утилізації органічних забруднювачів з одним обмежувальним субстратом для стаціонарних умов [2, 4, 7]:

$$D_L(z)\frac{d^2L}{dz^2}+D_{L1}\frac{dL}{dz}-\frac{\mu_{\max}X_L}{Y}\cdot\frac{L}{K_{m_L}+L}=0 \qquad (1)$$

де, DL – коефіцієнт ефективної дифузії в біоплівці, L – концентрація забруднення, XL – концентрація мікроорганізмів, μmax – питома максимальна швидкість росту мікроорганізмів, Y – стехіометричний коефіцієнт приросту біомаси, KmL – коефіцієнт напівнасичення, z – координата, направлена перпендикулярно вниз відносно поверхні біоплівки.

Це рівняння балансу відносно швидкості використання субстрату в умовах нелінійної кінетики реакції Моно.

У запропонованій математичній моделі стратифікованої біоплівки за результатами проведеного аналізу прийнято наступне [4, 7, 10]:

1) Зв'язок між ефективним коефіцієнтом дифузії D_L та щільністю біоплівки X_L

$$\frac{D_L}{D_w}=1-\frac{0.43\cdot X_L^{0.92}}{11.19+0.27\cdot X_L^{0.99}} \qquad (2)$$

де Dw – коефіцієнт дифузії в чистій воді, см2/с.

Для цього випадку мінімальна концентрація субстрату, при якій немає стабільної біоплівки і нижче якої потік субстрату дорівнює нулю, можна визначити за наступною формулою:

$$S_{\min}=\frac{k_dK_s}{(\mu_{\max}-k_d)}, \qquad (3)$$

тут $\mu_{\max}, k_d, K_s$ – відомі параметри моделі.

При реалізації запропонованої моделі в Таблиці 1 приводяться наступні результати по визначенню товщини біоплівки L_f при різних концентраціях біомаси X_f

Крім того, у приведених роботах показано результати розрахунків потоку *I (мг/см².с)* при різних концентраціях субстрату в реакторі S_0 та концентраціях біомаси X_f.

Як видно з прикладів, в цілому процеси вилучення субстрату залежать від концентрації мікроорганізмів у біоплівці. Однак, при значних концентраціях X_f відбувається деяке зменшення субстрату у ньому. Це можна пояснити тим, що відповідно до рівняння (2) має місце значне зниження коефіцієнта дифузії, а процеси екстракції субстрату більшою мірою контролюються процесами масообміну та мають більший вплив порівняно з концентрацією X_f.

Наприклад, на рис. 1 показано зміну внутрішньої пористості під час росту біоплівки відповідно для випадків А та В з високими та малими концентраціями (L=300 гБПК/м³, N=30 г/м³) і (L=30 гБПК/м³, N=30 г/м³), що відповідає високому та низькому відношенню ОС/N. Водночас зазначається, що зміна внутрішньої пористості в біоплівці під час її росту суттєво залежить від розподілу біомаси, а саме, від розташування нерозчинених компонентів. Зміна внутрішньої пористості (її зменшення) під час росту біоплівки в обох випадках залежить від градієнта внутрішньої пористості по довжині біоплівки і збільшується з часом. Вказане зростання показує,

Таблиця 1

Значення товщини біоплівки $L_f=f(X_L,S_0)$ згідно з [1, 2]

X_f **mg/см³**	$S_0=0,02$ **m²/cm³** L_f **, cm**	$S_0=0,04$ **m²/cm³** L_f **, cm**	$S_0=0,06$ **m²/cm³** L_f **, cm**	$S_0=0,08$ **m²/cm³** L_f **, cm**	$S_0=0,10$ **m²/cm³** L_f **, cm**	$S_0=0,01$ **m²/cm³** L_f **, cm**
5	0,055	0,068	0,072	0,078	0,083	0,045
15	0,028	0,034	0,038	0,041	0,043	0,022
25	0,018	0,023	0,025	0,030	0,028	0,014
50	0,009	0,013	0,014	0,016	0,017	0,010

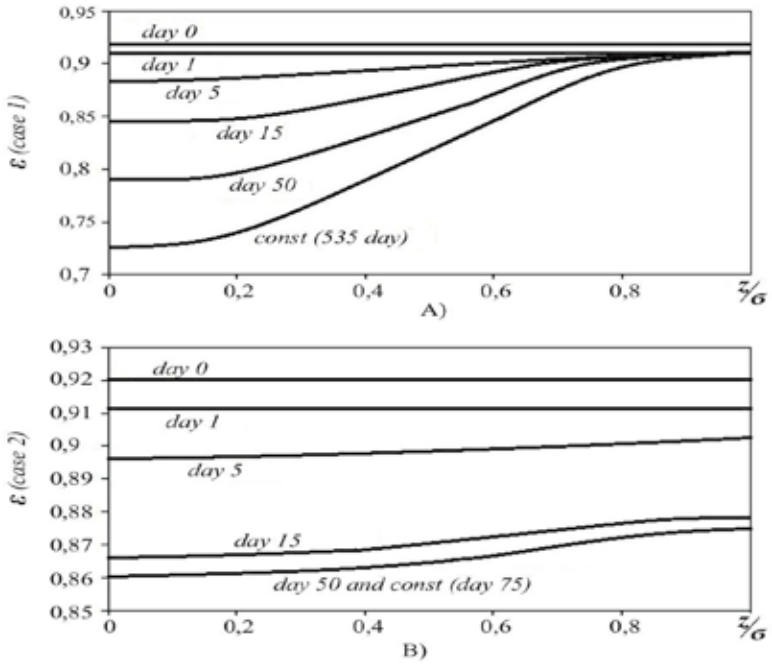


Рис. 1. Зміни внутрішньої пористості біоплівки під час її росту: (А) – велике співвідношення ОС/N; (В) – мале співвідношення ОС/N

що прийнятий режим масопереносу (коефіцієнт дифузії) враховується залежністю (2) під час росту біоплівки. Також зазначається, що розподіл біомаси та зміна внутрішньої пористості у випадку А добре узгоджуються з експериментальними даними.

При рішенні рівняння (1) було прийнято ряд умов, зокрема, те, що субстрат транспортується шляхом дифузії та використовується мікроорганізмами відповідно до відомого кінетичного рівняння Моно. Ефективну дифузію та щільність біоплівки можна розрахувати на межі кожного шару стратифікованої біоплівки, а процес у біоплівці можна розглядати в стаціонарних умовах. Крім того, субстрат переноситься в перпендикулярному напрямку щодо поверхні біоплівки, яка формується на непроникній і неактивній поверхні. Ми також припускаємо, що забруднення транспортуються до її нижньої поверхні лише шляхом дифузії. Окрім того, приймається, що однорідна біоплівка має ефективний коефіцієнт дифузії, що дорівнює його середньому значенню для стратифікованої біоплівки.

У теоретичних дослідженнях прийнято, що біоплівка складається з двох частин, а саме рідкої фази, в якій розчинені речовини переносяться шляхом молекулярної дифузії, і твердої частини. Концентрацію нерозчинених речовин і щільність біоплівки можна виразити наступним рівнянням [2, 4, 5, 6]:

$$\varepsilon = \varepsilon_P = 1 - \sum_{1}^{n_x} \frac{X_i}{\rho_i} \qquad (4)$$

ε – коефіцієнт внутрішньої пористості біоплівки.

$$\varepsilon_P + 1 - \sum_{i=1}^{n_x} \varepsilon_{Ti} = 1, \quad \varepsilon_{Ti} = \frac{X_i}{\rho_i} = \frac{M_{Fi}}{V_F} \cdot \frac{1}{\rho_i}, \qquad (5)$$

ε_P – відносний об'єм рідкої фракції, ε_{Ti} – відносний об'єм твердих речовин у нерозчиненому вигляді, n_i – кількість твердих компонентів, ρ_i – щільність компонента (маса на одиницю об'єму компонента).

Концентрація кожного компонента X_i визначається як:

$$X_i = \frac{M_{Fi}}{V_F}, \qquad (6)$$

де M_{Fi} – маса компонента, V_F – загальний об'єм біоплівки, тобто. об'єм рідкої та твердої фази в цілому.

Щільність кожного компонента ρ_i (маса на одиницю об'єму частинки даного компонента) пов'язана з щільністю біоплівки ρ_m наступним рівнянням:

$$\rho_m = \sum_{i=1}^{n_x} \varepsilon_{Ti} \rho_i = \frac{\sum M_{Fi}}{V_F}, \qquad (7)$$

Якщо біомаса в біоплівці є однорідною, то ми маємо:

$$\rho_i = const = \rho_m \left(1 - \varepsilon_p\right) \qquad (8)$$

Зауважимо, що в цілому вирішення задач, пов'язаних з біологічним очищенням стічних вод від різних забруднювачів за допомогою біотехнологій передбачає різний підхід та відповідний вибір моделі структури біоплівки.

Особливості формування товщини біоплівки та її поверхні. На основі аналізу існуючих літе-

ратурних джерел, а також отриманих результатів досліджень зроблено наступний загальний висновок, що при розробці та використанні моделей біоплівок достатньо обмежитися розглядом і дослідженням одновимірних моделей з плоскими поверхнями. При цьому для врахування кривизни поверхні можна використовувати поправочний параметр, значення якого для різних геометричних форм наведено нижче. При використанні біоплівок з плоскими поверхнями необхідно звернути увагу на те, що в моделях біоплівки бере участь не вся товщина біоплівки, а лише її активна частина. Активна товщина біоплівки в умовах вилучення різних субстратів, наприклад, органічних забруднювачів і азоту, складається з різних бактерій, і тому процеси, які відбуваються в біоплівці, зокрема, її зростання, залежатимуть від конкуренції між ними, оскільки обидва типи бактерій використовують кисень для свого харчування.

Спочатку при формуванні гетерогенної структури біоплівки, яка складається з автотрофів, гетеротрофів та інертної біомаси, за відсутності обмеження кисню можуть розвиватися обидва типи бактерій. При цьому переважає швидкий ріст гетеротрофних мікроорганізмів по всій товщині біоплівки. Приблизно через 15 днів товщина біоплівки збільшується і по її товщинії починають домінувати повільно зростаючі автотрофні мікроорганізми, а гетеротрофні мікроорганізми повільно накопичуються біля її поверхні. Наближено через 19-20 днів відбувається відшарування (відмирання) мікроорганізмів, після чого залишається більше автотрофної біомаси. Слід зазначити, що відшарування зазвичай відбувається майже протягом усього часу утворення біоплівки, однак. протягом основного періоду швидкість відшарування буде нижчою, ніж швидкість утворення біомаси, і тому біоплівка росте. Більш детально утворення біоплівки розглянуто в роботах [2, 5, 9].

При сумісному очищенні стічних вод різних субстратів, зокрема органічного (ОС) і азоту (N), для забезпечення процесів їх вилучення гетеротрофними і автотрофними бактеріями, які знаходяться в різних шарах біоплівки, необхідний кисень. При цьому між зазначеними групами бактерій спостерігається значна конкуренція за кисень і тому процеси екстракції ОС і N, які відбуваються в різних шарах біоплівки, можуть бути обмежені нестачею кисню. У попередніх дослідженнях були визначені умови та критерії, за яких кисень буде обмежувати процес роздільного вилучення ОС та N у біоплівці через його визначену кількість проникнення в біоплівку [6, 10]. Швидкий ріст гетеротрофних бактерій призводить до незначного повільного росту автотрофних бактерій, а гетеротрофний ріст і екстракція органічної речовини обмежені автотрофним ростом, автотрофний ріст і окислення амонію пов'язані з нестачею кисню, який виноситься гетеротрофними бактеріями через шар, в якому він проходить, і тому гетеротрофи і автотрофи можуть існувати лише в тому випадку, коли концентрація органічної речовини (ХПК) в реакторі менше 30 мг/л. Тобто, при концентрації більше 30 мг/л нижче гетеротрофного шару не буде кисню для автотрофного шару. Таким чином, існування гетеротрофних і автотрофних бактерій можливе лише тоді, коли окислення органічної речовини обмежене значенням ХПК, а не киснем. Аналіз існуючих досліджень комбінованої очистки ОС і N показує, що аналогічні критичні значення було отримано також при аналізі роботи різних реакторів [4, 7, 10].

Крім того, встановлено, що на початку очищення стічних вод відбувається значне зростання біоплівки, яка потім інтенсивно зменшується, що також призводить до значних змін у перерозподілі біомаси. Формування товщини біоплівки з плином часу при великому і низькому співвідношенні ОС/N відбувається приблизно протягом 10 діб. При великому відношенні ОС/N зростання біоплівки відбувається в основному за рахунок видалення органічної речовини гетеротрофами, а видалення азоту (амонію) автотрофами майже відсутнє. При низьких співвідношеннях ОС/N відбувається значна нітрифікація разом із зростанням біоплівки, а видалення азоту починається майже після повного видалення ОС.

При зміні внутрішньої щільності змінюється і формування активності біоплівки. Її зростання істотно залежить від розподілу біомаси, тобто, від розташування в ній окремих компонентів.

Окрім того, на формування активної частини біоплівки впливають процеси утворення інертного осаду та позаклітинних полімерних речовин у складі біоплівки, які займають значний додатковий об'єм під час зростання біоплівки та в цілому впливають на її параметри.

На основі аналізу результатів теоретичних та експериментальних досліджень розроблено стратифіковану одновимірну модель структури біоплівки з домінуванням розміщення гетеротрофних бактерій на поверхні біоплівки та зростанням нітрифікаторів у глибині біоплівки по її товщині. При цьому, нижні шари біоплівки можуть бути використані для дослідження комбінованого вилучення ОС і N.

Для оцінки впливу стратифікації біоплівки також було проведено додаткове моделювання біоплівки з однорідним розподілом біомаси по її товщині. У випадку однорідної біоплівки відносна кількість гетеротрофів, автотрофів та інертної біомаси змінюється з часом в результаті загального росту. Таким чином, однорідний розподіл біомаси зменшує переваги гетеротрофів, які більше не домінують на поверхні біоплівки.

В процесі очистки стічних вод від розчинених забруднюючих речовин різного походження верхня поверхня біоплівки утворюється переважно криволінійної та різноманітної хвилеподібної форми [9].

Нижче приведено деякі рекомендації для врахування різних форм поверхні біоплівки, починаючи від плоскої поверхні до біоплівок типу «гриб» зі значними каналами та порами. Для цього на основі проведених досліджень пропонується використовувати безрозмірний коефіцієнт виду:

$$G = \frac{L_f^2 \mu_{\max} X_p}{DS_b}, \quad (9)$$

де X_p – концентрація бактерій у біоплівці, S_b – концентрація субстрату з обмеженою швидкістю росту в основній рідині, D – коефіцієнт дифузії, Lf – коефіцієнт дифузії в біоплівці, μmax – питома максимальна швидкість зростання мікроорганізмів в біоплівці (відомий параметр моделі).

У результаті проведеного аналізу було з'ясовано, що для біоплівок, які мають щільну тверду матрицю та плоску поверхню, можна прийняти за еталон параметр, що становитиме *Ae*=1. Тоді, коли ми розглядаємо складну структурну поверхню біоплівки типу «гриб» – різні скупчення і канали, то її слід враховувати при проведенні розрахунків шляхом введення параметра *G*, який буде більшим за одиницю. Зокрема, досліджене значення параметра *Ae* для 13 експериментальних структур поверхонь біоплівок у порівнянні з випадком абсолютно плоскої поверхні показало, що параметр *Ae* змінювався в межах *Ae* = 1,0-2,32 [5].

Таким чином, параметр *Ae* можна розглядати як міру неоднорідності біоплівки. Чим більше нерегулярна і геометрично неоднорідна її структура, тим більше значення *Ae* відхиляється від еталонного значення, отриманого для плоскої біоплівки (*Ae*=1).

Масоперенос у прикордонному шарі. У дослідженнях, проведених під час екстракції забруднюючих речовин біоплівками, сформованими в різних біореакторах, профілі концентрації в біоплівках розраховувалися за умови, що концентрація забруднюючих речовин на поверхні біоплівки вважалася рівною концентрації забруднюючих речовин в біореакторі *Le*. При цьому гідродинаміка потоку і концентрація *Le* в різних біореакторах була різною і це не враховувалась при розрахунках. Однак, навіть при повному перемішуванні в біореакторах спостерігається утворення прикордонного шару (рідкої плівки) і тому необхідно в моделях враховувати процес масопереносу забруднюючих речовин у біоплівку. У деяких роботах розглянуто процес утворення прикордонного шару та показано необхідність його врахування при надходженні потоку забруднюючих речовин в біоплівку через її поверхню. Для цього пропонується наступне рівняння у вигляді [2, 4]:

$$I_{L_F} = -D_F \cdot \frac{dL_F}{dz} \text{ at } z = 0, \quad (10)$$

яке враховує масообмін в прикордонному шарі, що відбувається за рахунок дифузії, DF. Для випадку екстракції забруднюючих речовин в аеротенку – змішувачі загальне рівняння матиме вигляд:

$$Q(L_0 - L_a) - I_{LF} A_F - r_b V_b = 0 \quad (11)$$

де, A_F – площа поверхні біоплівки, V_b – обсяг рідини в аеротенку, r_b – видалення забруднюючих речовин за рахунок плаваючого біоценозу, L0 – концентрація субстрату на виході, La – концентрація субстрату в рідині, що надходить [4]. Припускаючи. що

$$r_b V_b << I_{LF} A_F, \quad (12)$$

для визначення I_{LF} отримаємо

$$I_{LF} = \frac{QL_0}{A_F} - \frac{QL_a}{A_F} \quad (13)$$

Надалі рівняння (13) в моделях і розрахунках буде використовуватися в наступній формі:

$$I_{LF} = -D_F \frac{L_b - L_\delta}{\delta_p}, \quad (14)$$

де, δ_p – товщина прикордонного шару.

Для практичних розрахунків для визначення потоку можна використати наступне рівняння відносно I_{LF}:

$$I_{LF} = K_{\delta p}(L_b - L_\delta) = \frac{1}{R_{\delta p}}(L_b - L_\delta), \quad (15)$$

де, $K_{\delta p}$ – коефіцієнт передачі, $R_{\delta p}$ – зовнішній опір, який визначається як [4]:

$$K_{\delta p} = \frac{D_p}{\delta_p}, \quad K_{\delta p} = \frac{1}{R_{\delta p}}; \quad R_{\delta p} = \frac{\delta_p}{D_p}. \quad (16)$$

Як видно, параметри $K_{\delta p}$ і $R_{\delta p}$ залежать від товщини плівки рідини (прикордонного шару), δ_p ,та коефіцієнта дифузії в рідкій фазі D_p .

Таким чином, відповідно до (16) основна складність розрахунку $K_{\delta p}$ і $R_{\delta p}$ полягає у визначенні товщини прикордонного шару, оскільки значення параметра D_p для різних забруднюючих речовин по даним експериментальних робіт наведено, зокрема. в літературі [3, 4].

У деяких випадках форма елементів завантаження, на яких утворюється біоплівка, має сферичну форму, і опір можна визначити за допомогою відомих гідродинамічних безрозмірних критеріїв числа Шервуда:

$$Sh = \frac{d_L}{R_{\delta p} D_p}, \quad (17)$$

тут d_L – характерна довжина (наприклад, діаметр).

$$Sh = A + B\,\mathrm{Re}^m\, Sc^n \quad (18)$$

Зазначимо, що параметри *A*, *B*, *m* залежать від геометрії основи, що підтримує біоплівку, і, як правило, обґрунтовані лише в окремих випадках на основі використання експериментальних даних.

На основі рівняння (18) запропоновано наступну залежність для визначення коефіцієнта $K_{\delta p}$ в умовах сферичного навантаження:

$$K_{\delta p} = \frac{1,09}{\varepsilon} \mathrm{Re}^{1/3} S_c^{1/3} \frac{D_p}{d} \quad (19)$$

де, $S_c = \frac{\nu}{D}$ – Число Шмідта, $\mathrm{Re} = \frac{V d_L}{\nu}$ – Число Рейнольдса, ν – кінематична в'язкість, м2/с, d_L – діаметр біочастинки, ε – пористість.

На рис. 2, як приклад оцінки впливу δ_p, наведено графік $I_L = f\left(L_a, L_p\right)$ для різних випадків δ_p відповідно до кінетики Моно в аеротенку – змішувачі при $L = const$. Таким чином, при значній товщині прикордонного шару δ_p = 500 мкм потік ОЗ зменшується майже на 70%.

Тому для ефективності роботи біореактора товщина прикордонного шару повинна бути в межах 100-200 мкм.

Товщину прикордонного шару можна також визначити теоретично за відомою формулою [1, 5]:

$$L_{C_T} \approx \frac{d}{Sh}, \quad (20)$$

де, d – це діаметр труби.

Як зазначалося вище, на формування товщини біоплівки, а також товщини прикордонного шару впливає її неплоска вигнута поверхня і для визначення товщини прикордонного шару використовується наступне рівняння:

$$L_{C_P} = L_C \cdot \Omega \quad (21)$$

Для врахування впливу поверхневої структури біоплівки на масообмін у прикордонному шарі були прийняті наступні значення числа Шервуда в умовах ламінарних і турбулентних течій:

$$Sh_{лам.} = 8,7\,\mathrm{Re}_m^{0,5}\, Sc^{0,5} \left(\frac{d}{L}\right)^{0,5} \Omega^{-1}, \quad (22)$$

$$Sh_{турб.} = 0,16\,\mathrm{Re}_m^{0,75}\, Sc^{0,5} \Omega^{-1}, \quad (23)$$

Параметр Ω залежить від гідродинамічних і структурних умов під час росту біоплівки і може бути визначений наступним емпіричним співвідношенням [4,6]:

$$\Omega = e^{\left(6\mu^*\right)} \mathrm{Re}_\delta^{-\left(\mu^*/1,5\right)}, \quad \mathrm{Re}_\delta = \frac{Wd}{\nu} \quad (24)$$

Відносна швидкість росту μ^* визначається як відношення питомої швидкості росту μ_{LF} до максимальної швидкості росту $\mu_{\max}$ мікроорганізмів. Для гетеротрофних мікроорганізмів приймається μ_{max}= 5,5 добу$^{-1}$:

$$\mu^* = \frac{\mu_{LF}}{\mu_{\max}} \quad (25)$$

Цей коефіцієнт зростає зі збільшенням навантаження на підкладку біоплівки та числа *Re*. Найбільший ефект спостерігається при збільшенні навантаження при низькому *Re* (менше 2000). Товщина і структура поверхні біоплівки також залежить від навантаження і гідродинамічних умов. Біоплівка з однорідною гладкою поверхнею має місце при високому тангенціальному зсуві та низькому навантаженні. Таких біоплівок найбільша кількість і їх товщина зменшується зі збільшенням шорсткості поверхні біоплівки [8]. Крім того, в прикордонному шарі спостерігається не тільки дифузія, а й конвективний перенос субстрату. При цьому,

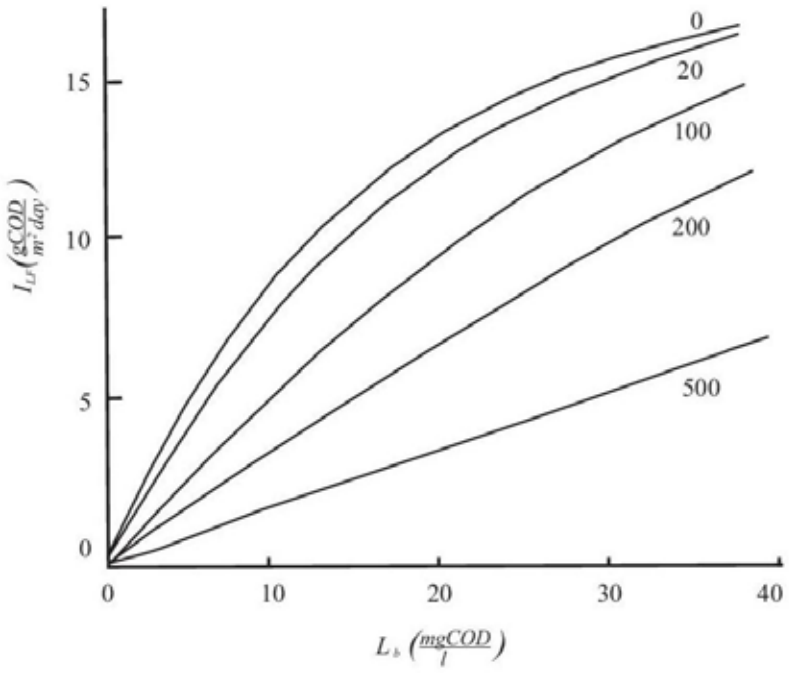


Рис. 2. Графік залежності потоку $I_{LF} = \int L_b \delta_p$ *за кінетикою Моно при* $\delta = 200$ *мкм*

масообмін через прикордонний шар біоплівки більший, ніж через поверхню без біоплівки.

Висновки. Проведені авторами наукові дослідження дозволяють зробити висновок, що для практичних розрахунків очищення стічних вод рекомендовано одновимірну модель однорідної біоплівки з урахуванням отриманих оцінок та обмежень на її використання. Порівняння результатів розрахунків з експериментальними даними засвідчило, що така однорідна модель у багатьох випадках добре узгоджується з експериментом. Запропоновано деякі рекомендації відносного визначення форми поверхні біоплівок.

Аналіз теоретичних досліджень засвідчив, що екстракція субстрату відбувається (в основному) у поверхневій частині біоплівки, що становить близько 20-25% від загальної товщини біоплівки δ.

Ефективність біологічних методів видалення забруднюючих речовин різного походження, зокрема органічних сполук (ОС) та азоту (N) у різних біореакторах можна підвищити за рахунок організації на поверхнях очисних споруд додаткового завантаження у вигляді фіксованого біоценозу з високою концентрацією мікроорганізмів (біоплівка). Однак, прийнята однорідна модель біоплівки з рівномірною товщиною потребує подальшого вдосконалення відносно формування її структури, зокрема, з урахуванням впливу різноманітних гідродинамічних факторів на функціонування біоплівки та наявності в ній інших неактивних речовин.

Література

1. Beyenal H., Tanyalac A.A. A mathematical model for hollow fiber biofim reactors. Chemical Engin.Science. 1994. № 56. С. 53-59.
2. Beyenal H., Levandowski Z. Modeling mass transport and microbial activity in stratified biofilms. Chemical Engin. Science. 2005. № 60. С. 4337-4348.
3. Lee M.W., Park J.M. One-dimensional mixed-culture biofilm considering different space occupancies of partical components. *Water Research*. 2007. № 4. С. 4317-4328.
4. Henze M., M., Van Loosdrecht M.E., Ekama G.A., Brdjanovic D. Biological Wastewater Treatment. London: IWA Publishing, 2008. С. 511.
5. Sehar S., Naz I. Role of the biofilms in wastewater treatment. *Intech Open*, chapter 7, 2016. С. 121-133.
6. Ellenter D., Milferstedt K., Zhang W., Hausner M. Influence of detachment on substrate removal and microbial ecology in heterotrophic/autotrophic biofilm. Nat. Res. 2007. № 41. С. 4657-4671.
7. Келарева Д.А., Кравчук А.М., Олійник О.Я. Моделювання сумісного видалення органічних забруднень та азоту при очищенні стічних вод методом біофільтрації. Доповіді Національної академії наук України. 2012. № 5. С. 179-183.
8. Moira Alvi Deep learning in wastewater treatment: a critical review. *Water Research*, vol.245. 2023. С. 1-15.
9. Levandowsky Z., Beynal H. Fundamental of biofilm research. *CRC Press*, 2014. 157 с.
10. Олійник О.Я., Телима С.В., Калугін Ю.І., Олійник Є.О. Теоретичний аналіз процесів очищення стічних вод від органічних забруднень сертифікованою біоплівкою. Доповіді Національної академії наук України. 2023. № 2. С. 55-64.

Дата першого надходження статті до видання: 02.09.2026
Дата прийняття статті до друку після рецензування: 18.09.2026
Дата публікації (оприлюднення) статті: 09.11.2026